

# Ekonomia Matematyczna 10.06.2013

1	2	3	4	5	6
					×

**Zadanie 1** Dane jest następujące równanie różniczkowe:

$$x^{(4)}(t) - 2x^{(3)}(t) + 2x'(t) - x(t) = t + \sin(t). \quad (1)$$

(a) [3 p] Podać rzeczywiste rozwiązanie ogólne.

(b) [3 p] Podać rzeczywiste rozwiązanie szczególne dla warunku początkowego

$$x(0) = -1/4, \quad x'(0) = 0, \quad x''(0) = 25/4, \quad x^{(3)}(0) = 9.$$

**Zadanie 2** Rozpatrujemy duopol Cournota. Dwie firmy ustalają jednocześnie wielkość produkcji, odpowiednio  $q_1$  i  $q_2$ . Koszt produkcji każdej firmy jest zadany funkcją postaci  $c(q) = cq$ , gdzie  $c > 0$  jest kosztem krańcowym. Odwrotna funkcja popytu jest postaci  $p(q) = 100 - 2q$ .

(a) [2 p] Zapisać zadania optymalizacyjne obu firm.

(b) [2 p] Rozwiązać zadania optymalizacyjne obu firm (znaleźć krzywe reakcji).

(c) [2 p] Wyznaczyć równowagę Nasha (przecięcie krzywych reakcji).

**Zadanie 3** Dany jest układ równań różniczkowych liniowych o stałych współczynnikach pierwszego rzędu postaci

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2 &= 4x_2(t) - 2x_1(t) \\ \dot{x}_3 &= x_2(t) + x_3(t) \end{aligned}$$

(a) [6 p] Podać rzeczywiste rozwiązanie ogólne.

**Zadanie 4** Dany jest układ równań nieliniowych postaci

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y - (x - 1)x(x + 1) \\ \dot{y} &= x - y \end{aligned}$$

(a) [3 p] Znaleźć wszystkie równowagi.

(b) [3 p] Określić stabilność wszystkich równowag.

**Zadanie 5\*** Dane jest równanie różniczkowe postaci

$$\dot{x}(t) = x(t - 1), \quad (2)$$

gdzie  $x(t) = 1$  dla  $t \in [0, 1)$ .

(a) [6 p] Podać rozwiązanie szczególne dla  $t \geq 0$ .