

Ekonomia Matematyczna 28.01.2011

1	2	3	4	5	6
					×

Zadanie 1 Dane jest następujące równanie różniczkowe:

$$x^{(4)} + 7x^{(3)} + 17\ddot{x} + 17\dot{x} + 6x = 6t^2 + 40t + 57. \quad (1)$$

(a) [6 p] Podać rzeczywiste rozwiązanie ogólne.

Zadanie 2 Preferencje konsumenta są opisane funkcją użyteczności postaci $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$. Ceny dóbr wynoszą odpowiednio p_1 i p_2 a konsument dysponuje bogactwem w .

(a) [6 p] Znaleźć funkcję popytu konsumenta. Proszę sprawdzić warunki wystarczające istnienia maksimum.

Zadanie 3 Równanie określające zachowanie się kapitału w modelu Solowa jest postaci $\dot{k} = sf(k) - \lambda k$, gdzie $k \geq 0$ oznacza kapitał *per capita*, f to funkcja produkcji a parametry $s, \lambda > 0$ mają interpretację ekonomiczną. Niech $f(k) = k^{1/4}$.

(a) [2 p] Znaleźć wszystkie równowagi.

(b) [4 p] Zbadać stabilność równowag.

Zadanie 4 Dany jest układ równań różniczkowych postaci

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + 2\dot{x}_2 \\ \ddot{x}_2 = x_1 \end{cases} \quad (2)$$

(a) [6 p] Podać rozwiązanie ogólne. Uwaga: zastosować podstawienie aby sprowadzić układ (2) do układu trzech liniowych równań różniczkowych pierwszego rzędu o stałych współczynnikach.

Zadanie 5* Dana jest funkcja różniczkowalna w sposób ciągły, która jest zdefiniowana dla liczb nieujemnych, $x : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$. Funkcja x na odcinku $[0, 1]$ jest zdefiniowana jako identyczność, tj. dla $t \in [0, 1]$ jest $x(t) = t$. Dla $t > 1$ funkcja x spełnia następujące równanie różniczkowe (wyrażenia w nawiasach są argumentami funkcji x):

$$\dot{x}(t) = x(t) - x(t-1). \quad (3)$$

(a) [6 p] Znaleźć funkcję x dla wszystkich $t \geq 0$. Odpowiedź dokładnie uzasadnić.