Nazwisko i Imię **Indeks**

Ekonomia Matematyczna 13.12.2010

1	2	3	4	5	6
					×

Zadanie 1 Jest dany układ równań różniczkowych postaci

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_1 + x_2 - x_3 \\ \dot{x}_2 = -x_1 + 4x_2 - x_3 \\ \dot{x}_3 = -x_1 + x_2 + 2x_3 \end{cases} \tag{1}$$

(a) [*6 p*] Podać rzeczywiste rozwiązanie ogólne.

Zadanie 2 Preferencje konsumenta są opisane funkcją użyteczności postaci $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + 2x_2$. Ceny dóbr wynoszą odpowiednio p_1 i p_2 a konsument dysponuje bogactwem w.

(a) [*6 p*] Znaleźć funkcję popytu konsumenta.

Zadanie 3 Rozpatrujemy rynek dwóch dóbr o cenach odpowiednio p_1 i p_2. Podaż pierwszego dobra wynosi $S_1(p_1) = p_1$ a podaż drugiego dobra wynosi $S_2(p_2) = 2p_2$. Popyt na pierwsze i drugie dobro (tak długo jak jest nieujemny) wynosi odpowiednio

$$D_1(p_1, p_2) = \frac{1}{p_1} - 2p_2 \quad \text{i} \quad D_2(p_1, p_2) = \frac{1}{2p_2} - p_1,$$

co modeluje wpływ cen jednego produktu na popyt na drugi. Zachowanie się cen jest wprost proporcjonalne to nadwyżki popytu i jest modelowane poprzez następujący układ równań różniczkowych

$$\begin{cases} \dot{p}_1 = D_1(p_1, p_2) - S_1(p_1) = \dfrac{1}{p_1} - 2p_2 - p_1 \\ \dot{p}_2 = D_2(p_1, p_2) - S_2(p_2) = \dfrac{1}{2p_2} - p_1 - 2p_2 \end{cases} \tag{2}$$

(a) [*2 p*] Znaleźć wszystkie równowagi.

(b) [*4 p*] Zbadać lokalną stabilność równowag.

Zadanie 4* Popyt konsumenta na pierwsze dobro (będący rozwiązaniem zadania optymalizacji) jest dany funkcją $x(p_1, p_2, w)$, gdzie p_ℓ, $\ell = 1, 2$ są cenami dóbr a w to bogactwo.

Niech będą ustalone ceny $\hat{p}_1$, $\hat{p}_2$ i bogactwo $\hat{w}$. Wiemy, że w tej sytuacji, liniowe przybliżenie zmiany popytu przy wzroście ceny pierwszego dobra i drugiego dobra wynosi odpowiednio $-1/2$ i $-1/3$.

(a) [*6 p*] Ile wynosi liniowe przybliżenie zmiany popytu przy wzroście bogactwa? Odpowiedź *bardzo* dokładnie uzasadnić!

Zadanie 5 Dane jest równanie różniczkowe postaci

$$\dot{x}\, x^2 t^2 = x^3 t + x t^3 \tag{3}$$

(a) [*6 p*] Podać rzeczywiste rozwiązanie ogólne.